

Вариант 1

1. Электрическая цепь состоит из **n** резисторов. В таблице приведены сопротивления на каждом резисторе **r**. Сила тока **I** в цепи, а следовательно и на каждом резисторе равна 3.3 А.

	1	2	3	4	5	6	7	8
r, Ом	0.7	0.6	1.0	0.7	1.1	1.5	1.6	1.2

Резисторы в цепи соединены последовательно.

Вычислить:

- напряжение **u_i** на каждом резисторе по формуле (сформировать вектор):

$$u_i = I \cdot r_i;$$

- общее сопротивление цепи по формуле:

$$R = r_1 + r_2 + \dots + r_n;$$

- напряжение в цепи по формуле:

$$U = u_1 + u_2 + \dots + u_n;$$

- найти напряжение на концах новой цепи, в которую включены резисторы с номерами с **1** по **5** (включительно), а сила тока в ней составляет **4.1 А**.

2. Даны квадратная матрица **A**, размером **N** на **N**, и вектор **B**, размером **N** (**N = 4**), элементы которых определены следующим образом:

$$a_{ij} = \sin\left(\frac{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot j}{2} + 1\right) \cdot \ln \sqrt{i+2}, \quad b_i = \sin\left(i^2 - \frac{\pi}{\sqrt{2}}\right).$$

Выполнить следующие действия:

- вычислить матричное выражение:

$$A^3 \cdot B + 5 \cdot A^{-1} \cdot B;$$

- вычислить сумму элементов матрицы **A** и сумму элементов вектора **B**;

- получить новый вектор **C**, каждый элемент которого определяется как:

$$c_i = b_i \cdot \max_{j=0..N-1} a_{ij};$$

- найти скалярное произведение векторов **B** и **C**;

- вывести индексы всех максимальных элементов матрицы **A**.

3. Баскетболист бросает мяч в корзину. С помощью интервальной съемки получили траекторию движения мяча. В список **x_list** и **h_list** занесены его координаты, снятые в некоторые моменты времени:

```
x_list = np.array((1.3, 1.9, 2.7, 3.2, 4.0, 4.6, 5.3, 5.9, 6.6, 7.5))  
h_list = np.array((3.2, 4.0, 4.5, 4.8, 4.8, 5.0, 4.9, 4.7, 4.5, 4.2))
```

Реализуйте программу, в которой:

- найдите траекторию движения мяча, используя в качестве линии тренда полином второй степени;

- ответьте на вопросы:

- с какой высоты баскетболист бросал мяч?

- попадет ли мяч в корзину, если ее центр расположен в точке **x = 8.0** на высоте **h = 3.0**, а радиус равен **0.27**?

- постройте график, на котором выведите исходные точки и линию тренда.

Вариант 2

1. Известны координаты n точек на плоскости:

	1	2	3	4	5	6	7	8
x	-7.3	2.7	-2.4	-6.0	-9.4	8.9	-9.2	3.4
y	-8.9	-5.3	-4.8	-3.4	-6.4	0.1	5.3	6.0

Вычислить:

- длины отрезков, соединяющих заданные точки с началом координат по формуле:

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2};$$

- величины углов в градусах, которые образуют эти отрезки с осью OX по формуле:

$$a_i = \arctan \frac{y_i}{x_i};$$

- указать точки (точку), расположенные на максимальном расстоянии от центра координат;
- указать номер отрезка, который образует минимальный угол с осью OX.

2. Даны квадратная матрица $\mathbf{A}$ размером $\mathbf{N}$ на $\mathbf{N}$, и вектор $\mathbf{B}$ размером $\mathbf{N}$ ($\mathbf{N} = 4$), элементы которых определены следующим образом:

$$a_{ij} = \sqrt{\left| \ln \frac{i+2}{j+1} \right|}, \quad b_i = \sin^2 \left(\frac{i}{2} \right).$$

Выполнить следующие действия:

- вычислить матричное выражение:

$$\frac{1}{2} \cdot A^4 \cdot B - (A^{-1})^2 \cdot B;$$

- вычислить сумму элементов первых двух строк матрицы $\mathbf{A}$, и произведение элементов вектора $\mathbf{B}$;
- получить новый вектор $\mathbf{C}$, каждый элемент которого определяется как:

$$c_i = b_i + \max_{j=0..N-1} a_{ij} + \min_{j=0..N-1} a_{ji};$$

- найти сумму векторов $\mathbf{B}$ и $\mathbf{C}$;
- вывести количество минимальных элементов матрицы $\mathbf{A}$.

3. Человек, стоящий на обрыве, бросает камень горизонтально. С помощью интервальной съемки получили траекторию движения камня. В список `x_list` и `y_list` занесены его координаты, отснятые в некоторые моменты времени:

```
x_list = np.array((1.1,1.7,2.4,3.0,3.5,4.3,4.8,5.5,6.0,6.6,7.3,8.1))
```

```
h_list = np.array((10.8,10.7,10.4,10.5,9.7,10.2,9.4,9.4,8.3,8.2,7.8, 7.1))
```

Реализуйте программу, в которой:

- найдите траекторию движения камня, используя в качестве линии тренда полином второй степени;
- ответьте на вопросы:
 - с какой высоты человек бросал камень?
 - попадет ли камень в мишень, если ее центр расположен в точке $x = 7.1$ на высоте $h = 7.9$, а радиус равен 0.29 ?
- постройте график, на котором выведите исходные точки и линию тренда.

Вариант 3

1. Даны **n** населенных пунктов, координаты которых в некоторой относительной системе координат представлены в таблице:

	1	2	3	4	5	6	7
x, км	71	79	12	45	88	53	43
y, км	91	10	48	43	45	3	19

В населенном пункте с номером **m = 4**, предполагается установка радиостанции с радиусом действия равным 100 км.

Вычислить:

- расстояние от выбранного населенного пункта до всех остальных пунктов по формуле:

$$r_i = \sqrt{(x_i - x_m)^2 + (y_i - y_m)^2};$$

- какие населенные пункты попадают в радиус действия радиостанции (расстояние от пункта **m** до этих пунктов меньше или равно 100 км;
- номер (номера) населенных пунктов, расположенные на максимальном расстоянии от пункта **m**;
- количество населенных пунктов, попадающих в радиус действия радиостанции.

2. Даны квадратная матрица **A**, размером **N** на **N**, и вектор **B**, размером **N** (**N = 4**), элементы которых определены следующим образом:

$$a_{ij} = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot j}{i+1}\right), \quad b_i = \sin^2\left(i + \frac{\sqrt{3}\pi}{2}\right).$$

Выполнить следующие действия:

- вычислить матричное выражение:

$$(5 \cdot A^{-1})^2 \cdot B - A^3 \cdot B;$$

- вычислить сумму произведений элементов строк матрицы **A** и сумму элементов вектора **B**;

- получить новый вектор **C**, каждый элемент которого определяется как:

$$c_i = b_i \cdot \frac{\max_{j=0..N-1} a_{ij}}{\text{mean}_{j=0..N-1} a_{ji}};$$

- найти скалярное произведение векторов **B** и третьего столбца матрицы **A**;
- вывести количество нулевых элементов матрицы **A**.

3. Баскетболист бросает мяч в корзину. С помощью интервальной съемки получили траекторию движения мяча. В список **x_list** и **h_list** занесены его координаты, отснятые в некоторые моменты времени:

```
x_list = np.array((1.641, 3.03, 4.11, 5.6, 6.8, 8.261, 9.362, 10.49, 12.5, 13.287))  
h_list = np.array((3.98, 5.04, 6.05, 6.64, 7.46, 8.04, 7.79, 8.243, 8.251, 7.779))
```

Реализуйте программу, в которой:

- найдите траекторию движения мяча, используя в качестве линии тренда полином второй степени;
- ответьте на вопросы:
 - с какой высоты баскетболист бросал мяч?
 - попадет ли мяч в корзину, если ее центр расположен в точке **x = 16.573** на высоте **h = 3.05**, а радиус равен **0.24**?
- постройте график, на котором выведите исходные точки и линию тренда.

Вариант 4

1. Электрическая цепь состоит из n ветвей, каждая ветвь состоит из резистора и источника ЭДС включенных последовательно. Известны сопротивление резистора r_i каждой ветви и сила тока в каждой ветви i_i :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$r, \text{Ом}$	0.6	1.5	1.5	1.5	1.1	0.9	0.7	1.0	0.6	1.2
$i, \text{А}$	3.7	3.1	3.4	3.2	3.7	4.1	2.8	2.8	3.9	3.5

Все n ветвей соединены параллельно. Направления токов в ветвях одинаковые.

Вычислить:

- эквивалентное сопротивление цепи по формуле (сначала вычислите значение $1/R$, а потом получите R – единица, деленная на полученное значение):

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n};$$

- силу тока в цепи по формуле:

$$I = i_1 + i_2 + \dots + i_n;$$

- напряжение в цепи по формуле:

$$U = I \cdot R;$$

- в другую цепь включили резисторы с номерами 3 и 9, соединили их последовательно, напряжения на концах каждого резистора равна 1.4В и 1.0В соответственно. Вычислить силу тока в цепи по формуле:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_1 + U_2}{R_1 + R_2},$$

где U_1, R_1 – напряжение и сопротивление на первом резисторе;

U_2, R_2 – напряжение и сопротивление на втором резисторе.

2. Даны квадратная матрица A , размером N на N , и вектор B , размером N ($N = 4$), элементы которых определены следующим образом:

$$a_{ij} = \ln \sqrt[3]{i+j+3}, \quad b_i = \cos\left(\frac{i^2}{\sqrt{3}}\right).$$

Выполнить следующие действия:

- вычислить матричное выражение:

$$A^2 \cdot B - 3 \cdot (A^{-1})^2 \cdot B;$$

- вычислить сумму элементов первых трех строк матрицы A и произведение элементов вектора B ;

- получить новый вектор C , каждый элемент которого определяется как:

$$c_i = \cos|b_i| + \max_{j=0..N-1} a_{ij};$$

- найти скалярное произведение вектора C на первый столбец матрицы A .

- вывести количество элементов вектора B , которые равны минимальному элементу матрицы A .

3. Человек, стоящий на обрыве, бросает камень горизонтально. С помощью интервальной съемки получили траекторию движения камня. В список `x_list` и `y_list` занесены его координаты, отснятые в некоторые моменты времени:

```
x_list = np.array((1.35, 3.75, 6.33, 9.17, 11.16, 13.85, 15.96, 18.26, 20.12))
```

```
h_list = np.array((22.14, 21.25, 21.13, 18.72, 18.49, 15.38, 12.41, 10.17, 7.6))
```

Реализуйте программу, в которой:

- найдите траекторию движения камня, используя в качестве линии тренда полином второй степени.

- ответьте на вопросы:

- с какой высоты человек бросал камень?

попадет ли камень в мишень, если ее центр расположен в точке в точке $x = 18.292$ на высоте $h = 10.111$, а радиус равен 0.21?

- постройте график, на котором выведите исходные точки и линию тренда.

Вариант 5

Известны координаты и массы **n** материальных точек:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x, см	9.4	4.0	-4.2	3.6	-0.9	-7.1	-7.5	-6.0	6.9	8.5	5.4	-7.4	-5.0
y, см	2.8	6.4	-2.9	-7.4	-7.3	-6.3	7.3	8.4	-7.8	2.7	7.3	3.6	2.6
m, грамм	8	5	15	10	13	15	7	2	5	15	5	3	3

Вычислить:

- координаты центра масс для заданной системы точек по формуле:

$$x_m = \frac{x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2 + \dots + x_n \cdot m_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n};$$

$$y_m = \frac{y_1 \cdot m_1 + y_2 \cdot m_2 + \dots + y_n \cdot m_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n};$$

- расстояние от каждой точки до центра масс по формуле:

$$r_i = \sqrt{(x_i - x_m)^2 + (y_i - y_m)^2};$$

- указать точки (точку), расположенные на максимальном расстоянии от центра масс.

2. Даны квадратная матрица **A**, размером **N** на **N**, и вектор **B**, размером **N** (**N = 4**), элементы которых определены следующим образом:

$$a_{ij} = \sin\left(\frac{(j+1)^2}{\pi \cdot (i+1)}\right), \quad b_i = \sin^2\left(i^2 + \frac{\sqrt{3}\pi}{6}\right).$$

Выполнить следующие действия:

- вычислить матричное выражение:

$$A^2 \cdot (A^{-1})^2 \cdot B - \frac{3}{4} \cdot B;$$

- вычислить сумму элементов первых трех столбцов матрицы **A** и произведение элементов вектора **B**;

- получить новый вектор **C**, каждый элемент которого определяется как:

$$c_i = |b_i|^3 + \frac{\max_{j=0..N-1} a_{ij}}{\text{mean}_{j=0..N-1} a_{ji}};$$

- найти скалярное произведение вектора **C** и первого столбца матрицы **A**.

- вывести номера минимальных элементов вектора **B**.

3. Баскетболист бросает мяч в корзину. С помощью интервальной съемки получили траекторию движения мяча. В список **x_list** и **h_list** занесены его координаты, отснятые в некоторые моменты времени:

```
x_list = np.array((1.25, 2.17, 2.83, 3.54, 4.58, 5.43, 5.98, 7.04, 7.79, 8.55))
h_list = np.array((3.01, 3.45, 4.2, 4.22, 4.86, 4.87, 5.0, 5.07, 4.85, 4.92))
```

Реализуйте программу, в которой:

- найдите траекторию движения мяча, используя в качестве линии тренда полином второй степени;
- ответьте на вопросы:
 - с какой высоты баскетболист бросал мяч?
 - попадет ли мяч в корзину, если ее центр расположен в точке **x = 11.8** на высоте **h = 3.05**, а радиус равен **0.28**?
- постройте график, на котором выведете исходные точки и линию тренда.