

3.5. Задача: решение системы линейных уравнений

Задача. Решить систему линейных уравнений матричным способом.

$$\begin{cases} -2x_1 - 8.5x_2 - 3.4x_3 + 3.5x_4 = -1.88, \\ 2.4x_2 + 8.2x_4 = -3.28, \\ 2.5x_1 + 1.6x_2 + 2.1x_3 + 3x_4 = -0.5, \\ 0.3x_1 - 0.4x_2 - 4.8x_3 + 4.6x_4 = -2.83. \end{cases}$$

Для этого:

- сформировать матрицу **A**, состоящую из коэффициентов левых частей уравнений (должна получиться матрица размером 4 на 4);
- сформировать вектор – столбец **B**, каждый элемент которого – соответствующие значения правых частей уравнений;
- вычислить вектор – решение системы уравнений по формуле:
$$X = A^{-1} \cdot B;$$
- вывести полученный вектор, округлив значения до одного знака после запятой.

Код программы, необходимые пояснения приведены в комментариях:

```
#подключаем модули numpy и numpy.linalg
import numpy as np
import numpy.linalg as alg

#формируем матрицу A, состоящую из коэффициентов левых частей уравнений
a = np.array([[ -2,  -8.5,  -3.4,  3.5],
              [ 0,  2.4,  0,  8.2],
              [ 2.5,  1.6,  2.1,  3],
              [ 0.3,  -0.4,  -4.8,  4.6]])

#формируем матрицу B, состоящую из коэффициентов правых частей уравнений
b = np.array([ -1.88,  -3.28,  -0.5,  -2.83])

#вычисляем обратную матрицу A
a_inv = alg.inv(a)

#вычисляем произведение A и B
c = np.dot(a_inv, b)

#выводим полученный вектор, округлив значения
print(np.round(c,1))

Результат:
[ 0.1 -0.1  0.2 -0.4]
```

Задание для самопроверки

Решить следующую задачу:

Трое сотрудников получили премию в размере 2970 р., причем второй получил 1/3 того, что получил первый, и еще 180 р., а третий получил 1/3 денег второго и еще 130 р. Какую премию получил каждый?

Пояснение. Для решения задачи необходимо составить систему уравнений и решить ее матричным способом.

1. Обозначим:

x_1 – премия первого сотрудника;

x_2 – премия второго сотрудника;

x_3 – премия третьего сотрудника.

2. Составим систему трех уравнений по условию задачи:

- трое сотрудников получили премию в размере 2970 р, следовательно:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2970;$$

- второй получил 1/3 того, что получил первый, и еще 180:

$$x_2 = \frac{1}{3} \cdot x_1 + 180;$$

- третье уравнение составьте самостоятельно.

3. Преобразуем уравнения так, чтобы слагаемые с переменными были расположены в правой части уравнения:

- первое остается без изменения:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2970;$$

- второе будет выглядеть так:

$$-\frac{1}{3} \cdot x_1 + x_2 = 180;$$

- первые два уравнения системы имеют вид (третье добавьте самостоятельно):

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2970, \\ -\frac{1}{3} \cdot x_1 + x_2 = 18, \end{cases}$$

третье уравнение.

4. Решим полученную систему уравнений матричным способом:

Результат:

Распределение премии:

первый сотрудник: 1800 р.

второй сотрудник: 780 р.,

третий сотрудник: 390 р.