

3.4. Задача, матричные вычисления

Задача. Даны две матрицы **A** размером 3 на 3 и **B** размером 3 на 4:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -2 \\ -2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -1 \\ 5 & -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Вычислить:

- определитель матрицы **A**;
- обратную матрицу A^{-1} ;
- матричное выражение:

$$\det(A) \cdot A^{-1} \cdot B - 10 \cdot A^3 \cdot B;$$

- определитель квадратного блока матрицы, состоящего из элементов на пересечении первых двух строк и последних двух столбцов матрицы **B**;
- сумму элементов главной диагонали матрицы **A**;
- максимальные элементы каждого столбца матрицы **B**;
- средние значения каждой строки матрицы **A**.

Код программы, пояснения к операторам даны в комментариях:

```
# Подключить модули numpy и numpy.linalg:
import numpy as np
import numpy.linalg as alg

# Создать матрицу A в виде двумерного массива, вывести ее на экран
# («\n» используется для перехода на следующую строку при выводе):
a = np.array([[3, 4, -2], [-2, -1, 4], [1, 2, 1]])
print("A :\n", a)

# Создать матрицу B, вывести ее на экран:
b = np.array([[1, -3, -2, 1], [2, 4, -2, -1], [5, -2, 0, -2]])
print("B :\n", b)

# Вычислить определитель матрицы A, вывести результат:
det_a = alg.det(a)
print("det (A): ", round(det_a, 1))

# Вычислить обратную матрицу A^(-1):
a_inv = alg.inv(a)
print("A^-1:\n", np.round(a_inv, 1))

# Вычислить матричное выражение
# для упрощения A^3 вычислим отдельно:
a_3 = np.dot(a, np.dot(a, a))
result = det_a * np.dot(a_inv, b) - 10 * np.dot(a_3, b)
print("Матричное выражение:\n", result)

# Вычислить определитель квадратного блока матрицы, состоящего
из элементов
# на пересечении первых двух строк и столбцов с номером 1 и 2 матрицы B
det_b1 = alg.det(b[:2, 1:3])
print("det (block) = ", det_b1)

# Вычислить сумму элементов главной диагонали матрицы A, вывести
результат:
sum_diag = np.sum(np.diag(a))
print("Сумма главной диагонали A:", sum_diag)

# Найти максимальные элементы каждого столбца матрицы B:
max_col = np.max(a, 0)
print("Максимальные по столбцам, матрица B:", max_col)

# Найти средние значения каждой строки:
avg_row = np.mean(a, 1)
print("Средние по строкам, матрица A:", np.round(avg_row, 1))
```

Результат:

```
A :
[[ 3  4 -2]
 [-2 -1  4]
 [ 1  2  1]]
B :
[[ 1 -3 -2  1]
 [ 2  4 -2 -1]
 [ 5 -2  0 -2]]
det(A):  3.0
A^-1:
[[-3.  -2.7  4.7]
 [ 2.   1.7 -2.7]
 [-1.  -0.7  1.7]]
Матричное выражение:
[[-1385.   77.  134.  601.]
 [-584.  -42.  158.  227.]
 [-1322.   21.  190.  559.]]
det(block) = 14.0
Сумма главной диагонали A: 3
Максимальные по столбцам, матрица B: [3 4 4]
Средние по строкам, матрица A: [1.7 0.3 1.3]
```

Задание для самопроверки

Решить следующую задачу:

Дан многоугольник на плоскости, заданный координатами своих вершин. Найти координаты вершин многоугольника, полученные поворотом каждой точки на заданный угол вокруг начала координат (рисунок 26).

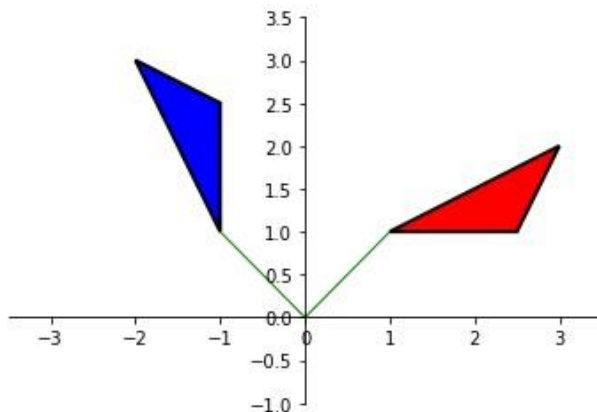


Рисунок 28. Поворот многоугольника вокруг центра координат

Входные данные:

- количество вершин многоугольника;
- список вершин многоугольника, каждая вершина на отдельной строке, строка состоит из двух чисел через пробел, определяющие координаты вершины по оси OX и OY;
- угол поворота в градусах.

Выходные данные:

- список вершин многоугольника, каждая вершина на отдельной строке.

Возможный алгоритм решения:

- Создать двухмерный массив из вершин многоугольника (количество строк – количество вершин, количество столбцов – 2, для координат x и y точки).
- Составить матрицу поворота вокруг центра координат (φ – значение угла поворота в радианах):

$$rotate = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}.$$

- Умножить массив вершин на матрицу поворота. Полученная матрица – это координаты вершин многоугольника после поворота.

Результат:

Тест 1

n = 3

Вершины:

-7 -8

-11 4

-9 5

Угол поворота: 45

Координаты вершин повернутого многоугольника:

[[0.707 -10.607]

[-10.607 -4.95]

[-9.899 -2.828]]

Тест 2

n = 4

Вершины:

10 3

4 -3

-11 -3

-9 13

Угол поворота: 70

Координаты вершин повернутого многоугольника:

[[0.601 10.423]

[4.187 2.733]

[-0.943 -11.363]

[-15.294 -4.011]]

Тест 3

n = 4

Вершины:

-9 5

11 9

10 -9

8 -11

Угол поворота: -20

Координаты вершин повернутого многоугольника:

[[-6.747 7.777]

[13.415 4.695]

[6.319 -11.877]

[3.755 -13.073]]