

2.5. Задача: построение графиков функций одной переменной с точками разрыва

Задача. Построить график функции на интервале $[a, b]$:

$$f(x) = x + \frac{1}{x}.$$

2.5.1. Описание алгоритма

Функция $f(x)$ имеет точку разрыва при $x_b = 0$, так как в этой точке знаменатель обращается в ноль. Если при описании функции вставить обработку исключений и при делении на ноль вернуть константу `math.inf`, то можно использовать алгоритм построения функции, описанный в предыдущем пункте. Описание функции в это случае будет иметь вид:

```
import math

def f_x(x):
    try:
        y = x + 1 / x
    except:
        y = math.inf
    return y
```

Но при некоторых значениях n график будет построен неверно. Сравните результат построения графика при $n = 200$ (рисунок 12а) и при $n = 201$ (рисунок 12б).

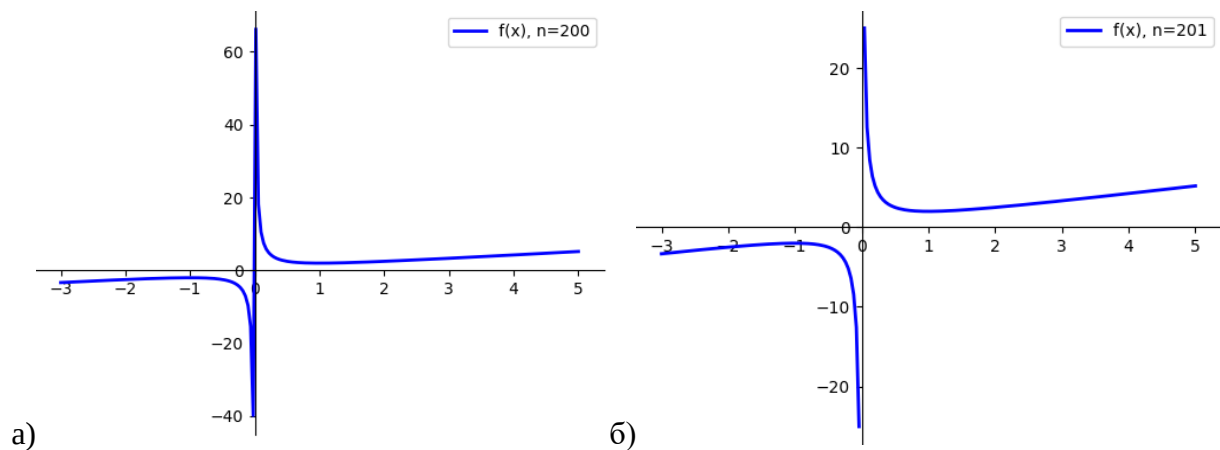


Рисунок 12. Результат построения функции: а) $n = 200$; б) $n = 201$

Другим способом построения графика такой функции является построение двух частей графика на двух интервалах, если $x_b \in [a, b]$:

$[a, x_b - \varepsilon]$ и $[x_b + \varepsilon, b]$,

где ε – положительное число, которое выбирается произвольно, например, оно может быть равно шагу построения функции.

Алгоритм построения графика функции $f(x)$ на интервале $[a, b]$ с точкой разрыва x_b , $x_b \in [a, b]$.

- определить количество точек построения n ;
- вычислить шаг h по формуле:

$$h = \frac{b - a}{n - 1};$$

- вычислить количество точек построения, расположенных до точки разрыва:

$$n_1 = \text{int}\left(\frac{x_b - a}{h}\right) - 1;$$

- вычислить количество точек построения, расположенных после точки разрыва:

$$n_2 = n - n_1 - 2;$$

- создать список **x_list_1**, содержащий значения аргумента функции **x**, на интервале $[a, x_b - h]$ список должен включать следующие значения, количество элементов в этом списке **n₁**:

$$a, a + h, a + 2 \cdot h, a + 3 \cdot h, \dots, x_b - h;$$

- создать список **x_list_2**, содержащий значения аргумента функции **x**, на интервале $[x_b + h, b]$ список должен включать следующие значения, количество элементов в этом списке **n₂**:

$$x_b + h, x_b + 2 \cdot h, x_b + 3 \cdot h, \dots, b;$$

- создать список **y_list_1**, содержащий все значения функции, вычисленные от сформированных в списке **x_list_1** аргументов, список должен включать:

$$f(x_list_1[0]), f(x_list_1[1]), \dots, f(x_list_1[n_1 - 1]);$$

- создать список **y_list_2**, содержащий все значения функции, вычисленные от сформированных в списке **x_list_2** аргументов, список должен включать:

$$f(x_list_2[0]), f(x_list_2[1]), \dots, f(x_list_2[n_2 - 1]);$$

- построить две линии по спискам (**x_list_1**, **f_list_1**) и (**x_list_2**, **f_list_2**), задать одинаковые характеристики линиям;
- вывести координатные оси;
- при необходимости добавить заголовок и легенду для одной из линий;
- отобразить область построения.

2.5.2. Реализация

Для построения графиков двух функций используется следующая программа, пояснения к операторам даны в комментариях:

```
# подключим модуль для построения графиков функций, дадим ему имя plt:
import matplotlib.pyplot as plt

# создадим функцию:
def f_x(x):
    y = x + 1 / x
    return y

# Зададим интервал построения функции и количество точек построения
a = -6
b = 7

# Вычислим шаг:
n = 200

# Точка разрыва
x_b = 0

# Вычислим шаг:
h = (b-a)/(n-1)

# Вычислим n1
n_1 = int((x_b - a) / h) - 1
```

```

# Вычислим n2
n_2 = n - n_1 - 2

# Сформируем список со значениями аргумента x до точки разрыва:
x_list_1 = [a + h * i for i in range(n_1)]

# сформируем список со значениями аргумента x до точки разрыва:
x_list_2 = [x_b + h + h * i for i in range(n_2)]

# Сформируем списки со значениями двух частей функций f(x):
f_list_1 = [f_x(x) for x in x_list_1]
f_list_2 = [f_x(x) for x in x_list_2]

#Построим линии графиков функций, зададим подпись для вывода легенды:
line_f_1 = plt.plot(x_list_1, f_list_1, label='f(x)=x+1/x')
line_f_2 = plt.plot(x_list_2, f_list_2)

#Зададим стили линий:
plt.setp(line_f_1, color="red", linewidth=2)
plt.setp(line_f_2, color="red", linewidth=2)

#Выведем 2 оси, установим для них позицию zero:
plt.gca().spines["left"].set_position("zero")
plt.gca().spines["bottom"].set_position("zero")
plt.gca().spines["top"].set_visible(False)
plt.gca().spines["right"].set_visible(False)

#Выведем легенду и заголовок в область построения:
plt.legend()
plt.title("График функции с разрывом")

# Отообразим область построения:
plt.show()

```

На рисунке 13 показан результат выполнения программы.

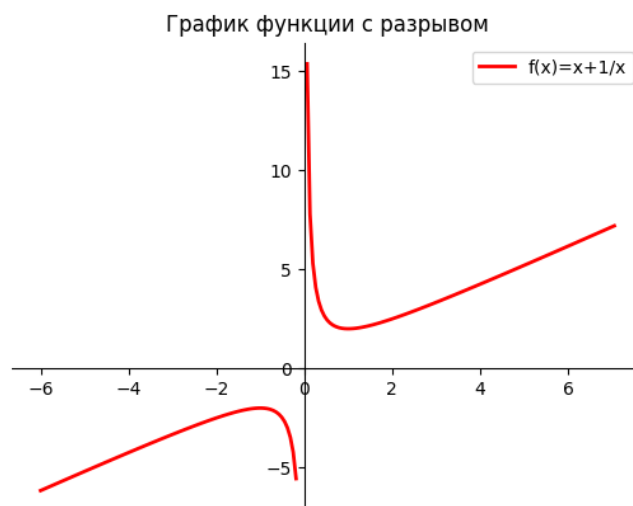


Рисунок 13. Результат выполнения программы

Задание для самопроверки

Постройте график функции $f(x)$ с двумя точками разрыва интервале от $[-3, 3]$:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}.$$

Результат построения показан на рисунке 14.

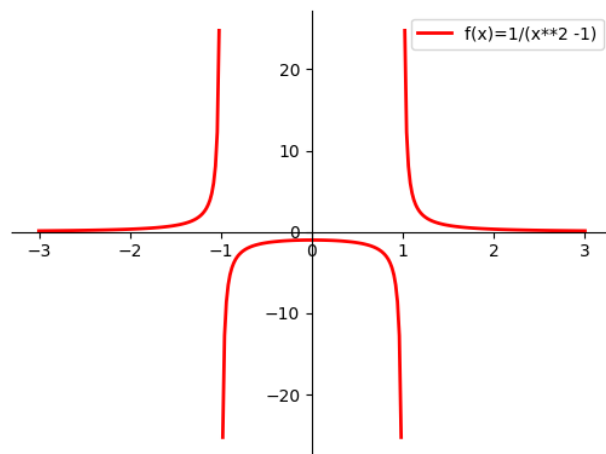


Рисунок 14. Результат построения функции